

***Функциональная
грамотность на уроках
математики***

Математическая грамотность — способность человека определять и понимать роль математики в мире, в котором он живет, высказывать хорошо обоснованные математические суждения и использовать математику так, чтобы удовлетворять в настоящем и будущем потребности, присущие созидательному, заинтересованному и мыслящему гражданину.

➔ **Функциональная грамотность** – способность человека вступать в отношения с внешней средой и максимально быстро адаптироваться и функционировать в ней. В отличие от *элементарной грамотности* как способности личности читать, понимать, составлять простые короткие тексты и осуществлять простейшие арифметические действия, *функциональная грамотность* - уровень знаний, умений и навыков, обеспечивающий нормальное функционирование личности в системе социальных отношений, который считается минимально необходимым для осуществления жизнедеятельности личности в конкретной культурной среде.

Алексей Алексеевич Леонтьев:

- «Функциональная грамотность — это способность человека использовать приобретаемые в течение жизни знания для решения широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений».

Уровни математической компетентности

- *Первый уровень (уровень воспроизведения)* — это прямое применение в знакомой ситуации известных фактов, стандартных приемов, распознавание математических объектов и свойств, выполнение стандартных процедур, применение известных алгоритмов и технических навыков, работа со стандартными, знакомыми выражениями и формулами, непосредственное выполнение вычислений.



Второй уровень (уровень установления связей) строится на репродуктивной деятельности по решению задач, которые, хотя и не являются типичными, но все же знакомы учащимся или выходят за рамки известного лишь в очень малой степени. Содержание задачи подсказывает, материал какого раздела математики надо использовать и какие известные методы применить. Обычно в этих задачах присутствует больше требований к интерпретации решения, они предполагают установление связей между разными представлениями ситуации, описанной в задаче, или установление связей между данными в условии задач.

Третий уровень (уровень рассуждений) строится как развитие предыдущего уровня. Для решения задач этого уровня требуются определенная интуиция, размышления и творчество в выборе математического инструментария, интегрирование знаний из разных разделов курса математики, самостоятельная разработка алгоритма действий. Задания, как правило, включают больше данных, от учащихся часто требуется найти закономерность, провести обобщение и объяснить или обосновать полученные результаты.

Индикаторы функциональной грамотности школьников

- **Общая грамотность:** написать сочинение, реферат; считать без калькулятора; отвечать на вопросы, не испытывая затруднений в построении фраз, подборе слов; написать заявление, заполнить какие-либо анкеты, бланки.
- **Компьютерная:** искать информацию в сети Интернет; пользоваться электронной почтой; создавать и распечатывать тексты; работать с электронными таблицами; использовать графические редакторы.

Индикаторы функциональной грамотности школьников

Информационная: находить и отбирать необходимую информацию из книг, справочников, энциклопедий и др. печатных текстов; читать чертежи, схемы, графики; использовать информацию из СМИ; пользоваться алфавитным и систематическим каталогом библиотеки; анализировать числовую информацию.

Индикаторы функциональной грамотности школьников

Коммуникативная: работать в группе, команде; расположить к себе других людей; не поддаваться колебаниям своего настроения, приспосабливаться к новым, непривычным требованиям и условиям, организовать работу группы.

Индикаторы функциональной грамотности школьников

- **Грамотность при решении бытовых проблем:** выбирать продукты, товары и услуги (в магазинах, в разных сервисных службах); планировать денежные расходы, исходя из бюджета семьи; использовать различные технические бытовые устройства, пользуясь инструкциями; ориентироваться в незнакомом городе, пользуясь справочником, картой.

Прикидки и оценки

1. Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ

ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

- А) время обращения Земли вокруг Солнца**
- Б) длительность односерийного фильма**
- В) длительность звучания одной песни**
- Г) продолжительность вспышки фотоаппарата**

- 1) 3,5 минуты**
- 2) 105 минут**
- 3) 365 суток**
- 4) 0,1 секунды**

Ответ: 3214.

Чтение текста

Для обслуживания международного семинара необходимо собрать группу переводчиков. Сведения о кандидатах представлены в таблице. Пользуясь таблицей, соберите хотя бы одну группу, в которой переводчики вместе владеют четырьмя иностранными языками: английским, немецким, французским и испанским, а суммарная стоимость их услуг не превышает 12000 рублей в день. В ответе укажите какой-нибудь один набор номеров переводчиков без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Номер переводчика	Язык	Стоимость услуг (руб. в день)
1	Немецкий, испанский	7000
2	Английский, немецкий	6000
3	Английский	3000
4	Английский, французский	6000
5	Французский	2000
6	Испанский	4000

Логическая грамотность

1. Люди, проживающие в многоквартирном доме, решили выкупить этот дом. Они вместе хотят собрать деньги таким образом, чтобы каждый из них заплатил сумму, пропорциональную площади его квартиры. Например, мужчина, проживающий в квартире, которая занимает $\frac{1}{5}$ площади всех квартир, должен будет заплатить $\frac{1}{5}$ от всей стоимости здания. В здании три квартиры. Самая большая квартира, квартира №1, имеет площадь 95 м^2 . Квартиры №2 и №3 имеют площадь 85 м^2 и 70 м^2 соответственно. Цена продажи здания — 300000 д. ед. Сколько должен заплатить владелец квартиры №2?

➡ Ответ: 102000

Незнакомый контекст

Задание № 1 – 5 (практико-ориентированный блок задач)

1. Прочитайте внимательно текст и выполните задание.

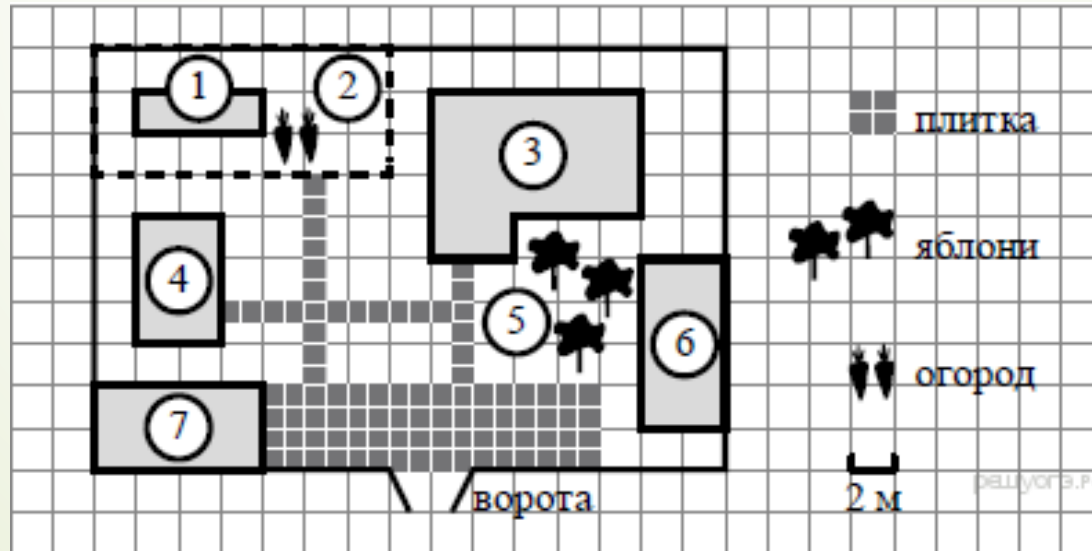
Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок справа от ворот находится баня, а слева — гараж, отмеченный на плане цифрой 7. Площадь, занятая гаражом, равна 32 кв. м.

Жилой дом находится в глубине территории. Помимо гаража, жилого дома и бани, на участке имеется сарай (подсобное помещение), расположенный рядом с гаражом, и теплица, построенная на территории огорода (огород отмечен цифрой 2). Перед жилым домом имеются яблоневые посадки.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м × 1 м. Между баней и гаражом имеется площадка площадью 64 кв. м, вымощенная такой же плиткой.

К домохозяйству подведено электричество. Имеется магистральное газоснабжение.



1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в ответ запишите последовательность четырёх цифр.

Объекты	жилой дом	сарай	баня	теплица
Цифры				

Ответ: 3461

2. Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 4 штуки. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку перед гаражом? (23)

3. Найдите площадь, которую занимает жилой дом. Ответ дайте в м^2 . (68)

4. Найдите расстояние от жилого дома до гаража (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой) в метрах. (10)

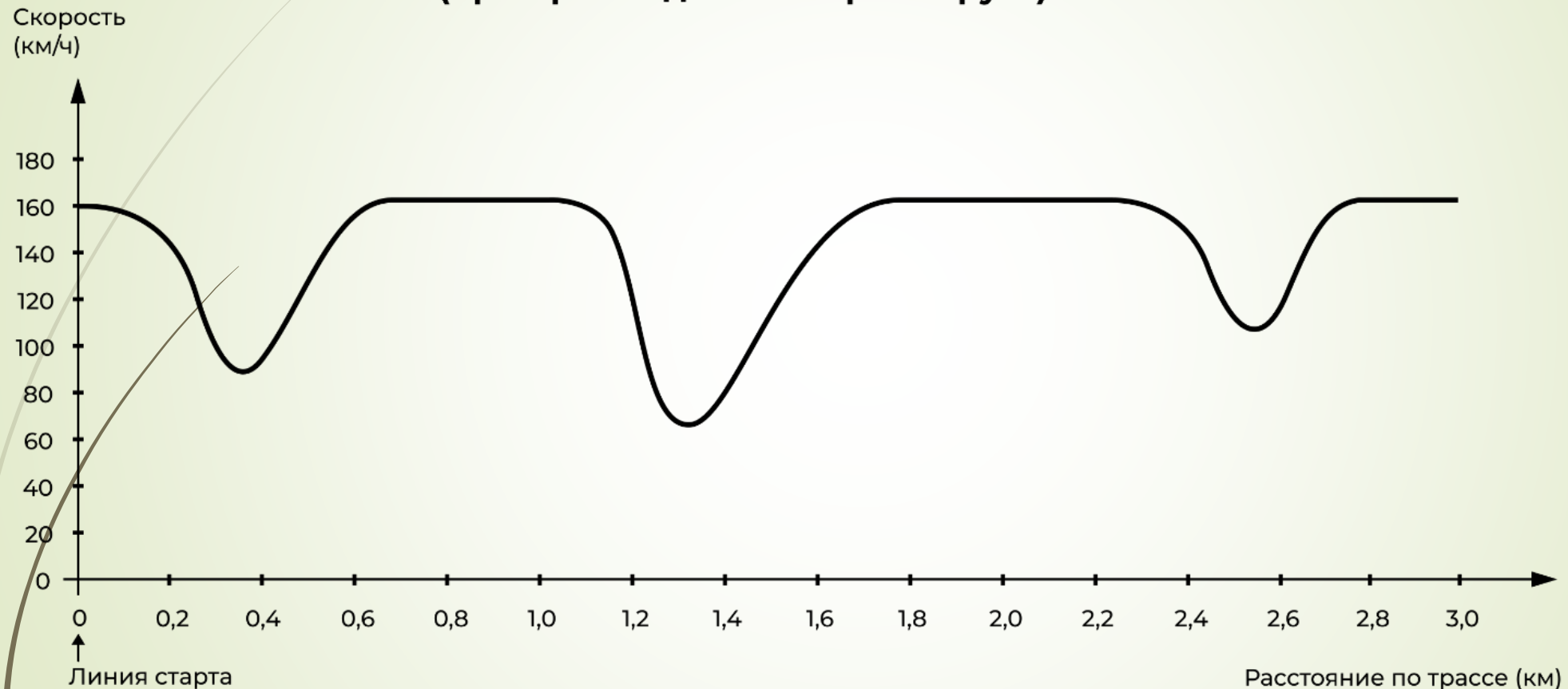
5. Хозяин участка планирует устроить в жилом доме зимнее отопление. Он рассматривает два варианта: электрическое или газовое отопление. Цены на оборудование и стоимость его установки, данные о расходе газа, электроэнергии и их стоимости даны в таблице.

	Нагреватель (котел)	Прочее оборудование и монтаж	расход газа /потребл. мощность	Стоимость га / электроэнерг
Газовое отопление	24 тыс. руб.	18 280 руб.	1,2 куб. м/ч	5,6 руб./куб. м
Электр. отопление	20 тыс. руб.	15 000 руб.	5,6 кВт	3,8 ру (кВт · ч)

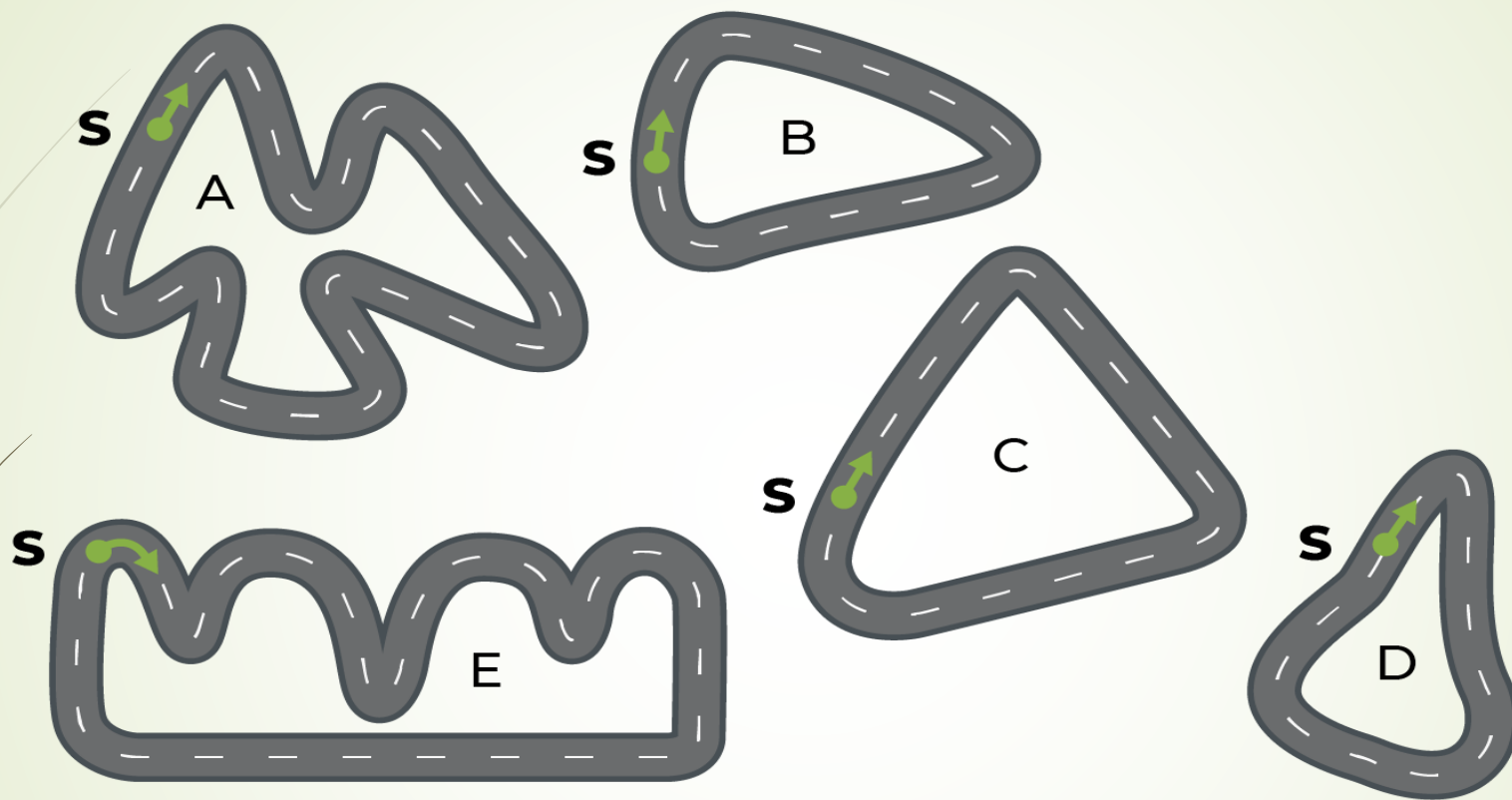
Обдумав оба варианта, хозяин решил установить газовое оборудование. Через сколько часов непрерывной работы отопления экономия от использования газа вместо электричества компенсирует разность в стоимости установки газового и электрического отопления? (500)

Работа с практическим представлением информации

**Скорость гоночной машины на трассе длиной 3 км
(при прохождении второго круга)**



На рисунке приведены изображения пяти гоночных трасс. По какой из трасс ездила машина, скорость которой отражена на графике выше?



S — точка старта

Экономика

1. Строительная фирма планирует купить 70 м^3 пеноблоков у одного из трёх поставщиков. Цены и условия доставки приведены в таблице.

Поставщик	Стоимость пеноблоков (руб. за 1 м^3)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	2600	10000	Нет
Б	2800	8000	При заказе товара на сумму свыше 150000 рублей доставка бесплатная
В	2700	8000	При заказе товара на сумму свыше 200000 рублей доставка бесплатная

Сколько рублей нужно заплатить за самую дешёвую покупку? Стоимость доставки включается в стоимость покупки.

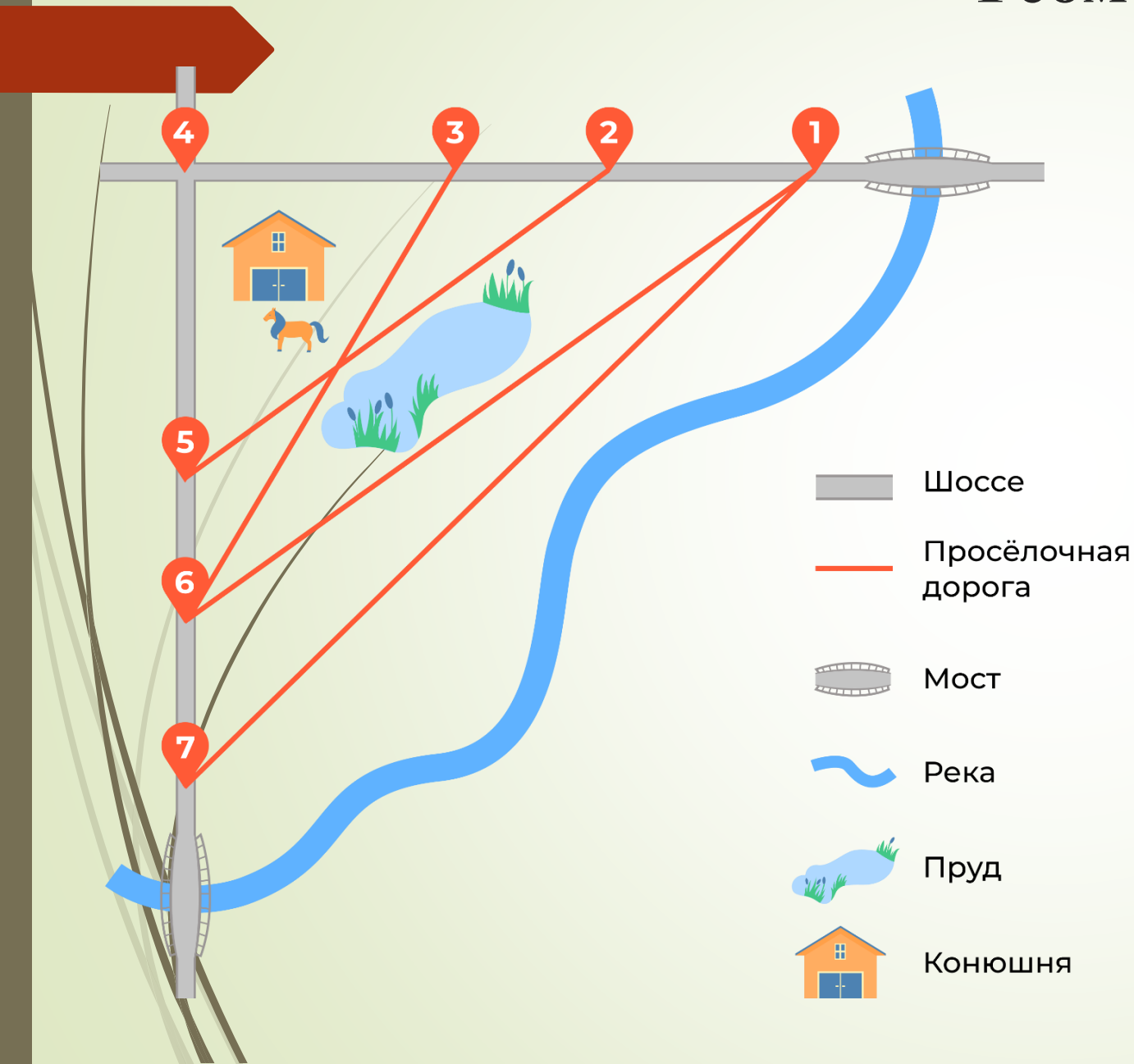
Ответ. 192000

1. Семья из трех человек едет из Санкт-Петербурга в Вологду. Можно ехать поездом, а можно — на своей машине. Билет на поезд на одного человека стоит 660 рублей. Автомобиль расходует 8 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 км, а цена бензина равна 19,5 рублей за литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на троих? Ответ: 1092.

2. Для строительства гаража можно использовать один из двух типов фундамента: бетонный или фундамент из пеноблоков. Для фундамента из пеноблоков необходимо 2 кубометра пеноблоков и 4 мешка цемента. Для бетонного фундамента необходимо 2 тонны щебня и 20 мешков цемента. Кубометр пеноблоков стоит 2450 рублей, щебень стоит 620 рублей за тонну, а мешок цемента стоит 230 рублей. Сколько рублей будет стоить материал, если выбрать наиболее дешевый вариант? Ответ: 5820.

3. Для того, чтобы связать свитер, хозяйке нужно 400 граммов шерсти синего цвета. Можно купить синюю пряжу по цене 60 рублей за 50 г, а можно купить неокрашенную пряжу по цене 50 рублей за 50 г и окрасить ее. Один пакетик краски стоит 10 рублей и рассчитан на окраску 200 г пряжи. Какой вариант покупки дешевле? В ответ напишите, сколько рублей будет стоить эта покупка. Ответ: 420.

Геометрия



Таня на летних каникулах приезжает в гости к дедушке в деревню Антоновка (на плане обозначена цифрой 1). В конце каникул дедушка на машине собирается отвезти Таню на автобусную станцию, которая находится в деревне Богданово. Из Антоновки в Богданово можно проехать по просёлочной дороге мимо реки. Есть другой путь — по шоссе до деревни Ванютино, где нужно повернуть под прямым углом налево на другое шоссе, ведущее в Богданово. Третий маршрут проходит по просёлочной дороге мимо пруда до деревни Горюново, где можно свернуть на шоссе до Богданово. Четвёртый маршрут пролегает по шоссе до деревни Доломино, от Доломино до Горюново по просёлочной дороге мимо конюшни и от Горюново до Богданово по шоссе. Ещё один маршрут проходит по шоссе до деревни Егорка, по просёлочной дороге мимо конюшни от Егорки до Жилино и по шоссе от Жилино до Богданово. Шоссе и просёлочные дороги образуют прямоугольные треугольники.

По шоссе Таня с дедушкой едут со скоростью 50 км/ч, а по просёлочным дорогам — со скоростью 30 км/ч. Расстояние от Антоновки до Доломино равно 12 км, от Доломино до Егорки — 4 км, от Егорки до Ванютино — 12 км, от Горюново до Ванютино — 15 км, от Ванютино до Жилино — 9 км, а от Жилино до Богданово — 12 км.

1. Пользуясь описанием выше, определите, какими цифрами на плане обозначены деревни Ванютино, Горюново, Егорка, Жилино. В поле ввода ответов введите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов в том порядке, в котором перечислены соответствующие им деревни.

Ответ 4625

2. Сколько минут затратят на дорогу Таня с дедушкой из Антоновки в Богданово, если поедут мимо пруда через Горюново?

Ответ 57,2

Урезанное среднее

Выступления фигуристов оценивают несколько судей. Каждый элемент (прыжок, вращение) имеет базовую стоимость в баллах. Чем труднее элемент, тем выше стоимость. После выступления фигуриста девять судей ставят оценки за каждый элемент. Оценки ставятся по 11-балльной шкале (от -5 до $+5$ баллов). Затем применяется специальный алгоритм.

1. За каждый элемент вычисляется урезанное среднее; для этого из девяти оценок удаляются две — наименьшая и наибольшая.
2. Получившееся урезанное среднее прибавляется к базовой стоимости. Получается оценка за элемент.
3. Итоговый результат получается суммированием оценок за все отдельные элементы.

На соревнованиях фигурист выполнил несколько элементов. В таблице показана базовая стоимость этих элементов и оценки судей.

Элементы	Базовая стоимость	Оценки судей									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Тройной сальхов	4,3	−1	1	2	1	1	1	0	1	1	
Каскад прыжков	6,1	−2	−3	−2	−1	−2	−2	−2	−3	1	
Четверной тулуп	6,7	−2	−1	1	0	1	−1	−1	−1	−1	
Двойной аксель	3,3	0	1	2	0	1	1	0	0	1	
Тройной лутц	5,9	−3	−1	0	1	0	1	0	0	0	

Вычислите оценку, полученную фигуристом за тройной лутц.

Ответ 5,9

Примеры открытых заданий по математической грамотности PISA

➤ ОТКРЫТОЕ ЗАДАНИЕ 1. ФЛЕШКА

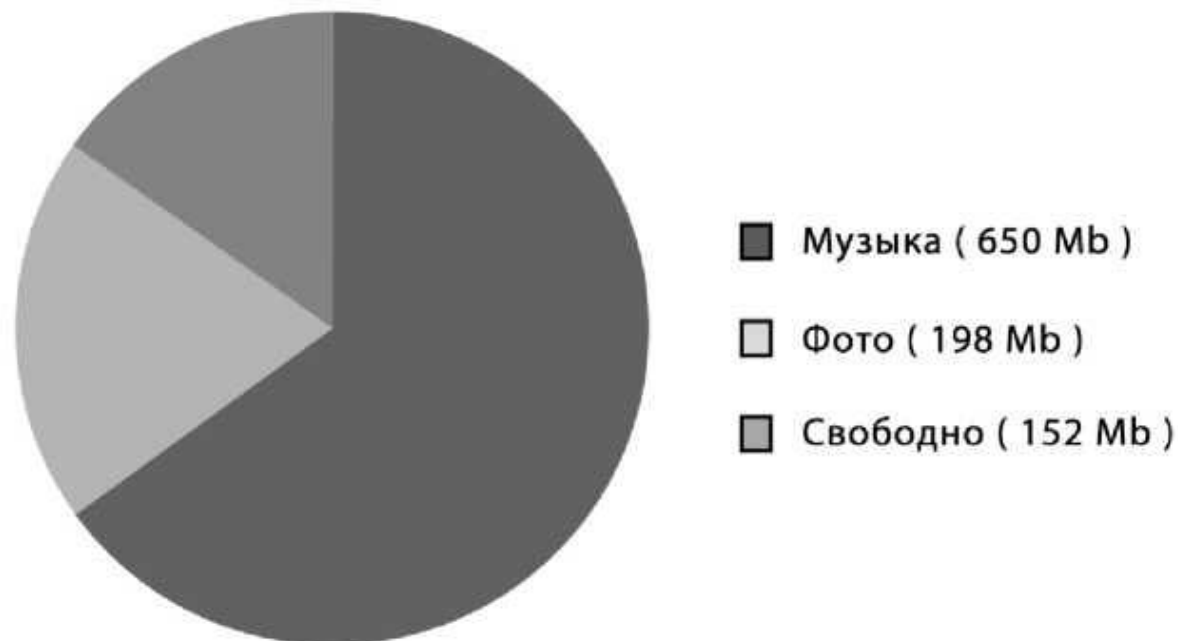
Флешка (USB-накопитель) – это компактное электронное запоминающее устройство.

У Ивана есть флешка, на которой он хранит музыку и фотографии.

Ее объем - 1 ГБ (1000 МБ).

На графике ниже (см. рис. 1) показано текущее состояние памяти этого USB-накопителя.

Состояние карты памяти



Вопрос №1

PM00AQ01-0 1 9

Иван собирается перенести фотоальбом размером 350 Мб на свою флешку, но на ней недостаточно свободного места. Он не хочет удалять существующие фотографии, но с удовольствием удалит один или два музыкальных альбома.

На флешке у Ивана хранятся музыкальные альбомы следующего размера.

Альбом	Размер
Альбом 1	100 МБ
Альбом 2	75 МБ
Альбом 3	80 МБ
Альбом 4	55 МБ
Альбом 5	60 МБ
Альбом 6	80 МБ
Альбом 7	75 МБ
Альбом 8	125 МБ

Если Иван удалит не более двух музыкальных альбомов, хватит ли на его флешке места, чтобы добавить фотоальбом? Обведите «Да» или «Нет» и покажите расчеты, обосновывающие Ваш ответ.

Ответ: Да / Нет

ФЛЕШКА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА

Описание: сравнить и рассчитать значения для соответствия заданным критериям.

Область математического содержания: количество.

Контекст: личный.

Познавательная деятельность: интерпретация.

Ответ принимается полностью

Код 1: ДА, приведен любой пример комбинации двух альбомов, которые занимают 198 МБ или больше.

Возможные варианты ответов.

- Ему нужно удалить 198 МБ (350-152), чтобы можно было стереть любые два музыкальных альбома, которые занимают больше 198 МБ, например, альбомы 1 и 8.
- Да, он может удалить альбомы 7 и 8, что освободит $152 + 75 + 125 = 352$ МБ памяти.

Ответ не принимается

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

Вопрос №2

PM00AQ02

В течение следующих недель Иван удаляет некоторые фотографии и музыку, а также добавляет новые фото и музыкальные файлы. Текущее состояние памяти USB-накопителя показано в таблице ниже.

Музыка	550 МБ
Фотографии	338 МБ
Свободное пространство	112 МБ

Брат дает ему новую флешку объемом 2 ГБ (2000 МБ), которая полностью свободна. Иван переносит содержимое своей старой флешки на новую.

Какой из следующих графиков (см. рис. 2) отображает текущее состояние памяти нового USB-накопителя? Обведите А, В, С или D.

A



- Музыка
- Фотографии
- Свободное пространство

B



- Музыка
- Фотографии
- Свободное пространство

C



- Музыка
- Фотографии
- Свободное пространство

D



- Музыка
- Фотографии
- Свободное пространство

ФЛЕШКА: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 2

ЦЕЛЬ ВОПРОСА

Описание: понять взаимосвязь языка задачи с символьным, формальным языком, необходимым для ее математического представления.

Область математического содержания: неопределенность и данные.

Контекст: личный.

Познавательная деятельность: интерпретация.

Ответ принимается полностью

Код 1: D

Ответ не принимается

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.

ОТКРЫТОЕ ЗАДАНИЕ 2. ПОКУПКА КВАРТИРЫ

Это план квартиры, которую родители Гриши хотят купить через агентство недвижимости (см. рис. 3).



Вопрос №1

PM00FQ01-0 1 9

Для вычисления общей площади квартиры (включая террасу и стены) можно измерить размеры каждой комнаты, рассчитать площадь каждой из них и сложить все площади.

Однако существует более эффективный метод, при котором для вычисления общей площади квартиры нужно измерить только 4 отрезка. Укажите на этом плане четыре отрезка, которые нужно измерить, чтобы вычислить общую площадь квартиры.

ПОКУПКА КВАРТИРЫ: ОЦЕНКА ОТВЕТА НА ВОПРОС 1

ЦЕЛЬ ВОПРОСА

Описание: использовать пространственное мышление, чтобы показать на плане (или другим способом) минимальное количество сторон, длина которых нужна для определения площади квартиры.

Область математического содержания: пространство и форма.

Контекст: личный.

Познавательная деятельность: формулировать.

Ответ принимается полностью

Код 1: На плане указаны четыре измерения, необходимые для вычисления площади квартиры. Возможны 9 способов решения, которые приведены ниже на рисунках (см. рис. 4).

Ответ принимается полностью

Код 1: На плане указаны четыре измерения, необходимые для вычисления площади квартиры. Возможны 9 способов решения, которые приведены ниже на рисунках (см. рис. 4).

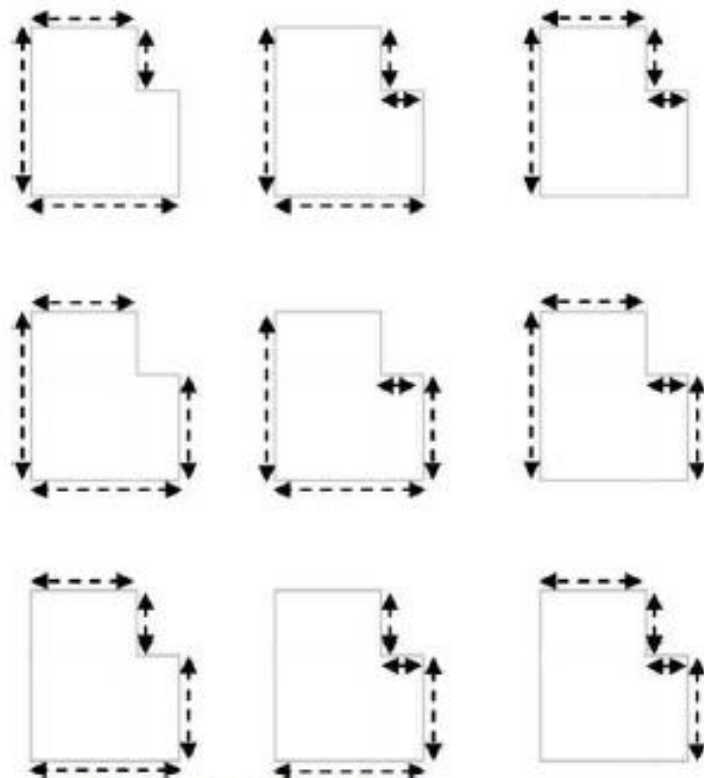


Рисунок 25. Способы вычисления площади

- $S = (9,7 \text{ м} \times 8,8 \text{ м}) - (2 \text{ м} \times 4,4 \text{ м})$, $S = 76,56 \text{ м}^2$ [Использованы только 4 длины и вычислена требуемая площадь].

Ответ не принимается

Код 0: Другие ответы.

Код 9: Ответ отсутствует.